

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen und Singularitäten II
5. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei $X_{0,n}$ eine orientierbare kompakte Fläche von Geschlecht 0 mit $n, n \geq 3$, Randkomponenten. Sei $T_{0,n}$ der Raum aller Isotopieklassen von Riemannschen Metriken mit konstanter Krümmung -1 . Zeige, dass $T_{0,n}$ homöomorph zu einem \mathbb{R} -Vektorraum ist. Bestimme die Dimension t .

Aufgabe 2. Unterteile $X_{0,n}$ in eine minimale Anzahl s von Sechsecke. Welche Anzahl s erhält man?

Aufgabe 3. Sei $B_{0,n}$ die Menge aller Isotopieklassen von kompakten Untermannigfaltigkeiten der Dimension 1 in $X_{0,n}$, die ohne nicht wesentliche Zusammenhangskomponenten sind. Beschreibe $B_{0,n}$ als Teilmenge in \mathbb{N}^b . Bestimme b . Sind t, b und s gekoppelt? Hinweis: Seien $I_1, I_2, \dots, I_{3s/2}$ die Strecken, die zu einer minimalen Aufteilung in Sechsecke führen. Eine Untermannigfaltigkeit N heißt stram, wenn transversal zu den Strecken $I_1, I_2, \dots, I_{3s/2}$ und wenn für jedes Sechseck S und jede Zusammenhangskomponente J von $N \cap S$ ein Durchschnitt $J \cap I_i, 1 \leq i \leq 3s/2$, höchstens ein Element hat. Definiere für eine stramme Untermannigfaltigkeit N $x_i(N) := \#N \cap I_i$.

Aufgabe 4. Eine Lamination auf $X_{0,n}$ ist eine abgeschlossene Teilmenge, die Vereinigung von paarweise disjunkten Geodätischen ist. Beschreibe $L_{0,n}$, die Menge aller Laminationen, als Teilmenge von \mathbb{R}^b .