Prof. N. A'Campo Frühlingssemester 2011

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen und Singularitäten II

4. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Seien auf $\mathbb{R}^n$ die $\mathbb{Z}^n$-periodischen Funktionen a, g, a ohne Nullstellen, und das $\mathbb{Z}^n$-periodische Vektorfeld X gegeben. Sei f auf $\mathbb{R}^n$ eine Funktion mit $a\Delta(f) + Xf = g$. Wir nehmen an, dass a, g, X beliebig oft differenzierbar sind. Zeige, dass f beliebig oft differenzierbar ist.

Aufgabe 2. (Fortsetzung). Sei $n = 2$ und sei $P = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ und sei f mit $aP(f) + Xf = g$. Ist f beliebig oft differenzierbar?

Aufgabe 3. (Fortsetzung). Wie Aufgabe 3, statt P nun für $Q = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y}$.

Aufgabe 4. Sei berechne für $f = x^5+x^2y^2+y^5$ die Dimension von $R[[x, y]]/\mathrm{Jac}(f)$.

Aufgabe 5. Sei $E := \mathbb{C}/\mathbb{Z} + i\mathbb{Z}$ und sei $S \subset E$ die Teilmenge aller 3 Teilungspunkte, d.h. alle $t \in E$ mit $3t = 0$. Fasse S auf als Divisor auf E. Sei L_S das Linienbundel zu S. Berechne die Dimension des Raumes der holomorphen Schnitten $\Gamma(E, L_S)$ von L_S.

Aufgabe 6. Konstruire eine Basis von $\Gamma(E, L_S)$.