Prof. N. A'Campo Herbstsemester 2010

# Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flaechen und Singularitaeten I

1. Aufgabenblatt

**Aufgabe 1**. Bestimme alle $\phi : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ die $\mathbb{R}$-linear und holomorph sind.

**Aufgabe 2**. Sei $V$ ein $\mathbb{R}$-Vektorraum der Dimension 2. Eine komplexe Struktur auf $V$ ist eine lineare Abbildung $J : V \to V$ mit $J \circ J = -\mathrm{Id}_V$. Bestimme alle $\phi : V \to V$ die $\mathbb{R}$-linear sind und wofür es eine komplexe Struktur $J : V \to V$ mit $J \circ \phi = \phi \circ J$ gibt. Hinweis: Sind $\mathrm{Spur}(\phi)$ und $\mathrm{Det}(\phi)$ Bedingungen unterworfen?

**Aufgabe 3**. Seien $v_1, v_2, \ldots, v_8$ Vektoren in $R^4$, derart dass, die 56 Triple $v_i, v_j, v_k, 1 \leq i < j < k \leq 8$, paarweise verschiedene 3-dimensionalen Unterraumen in $R^4$ aufspannen. Der Datensatz $v_1, v_2, \ldots, v_8$ kann man mit 32 Zahlen festhalten. Wir betrachten die 4 Unterräume $E_i := \mathrm{Span}(v_i, v_{i+4})$. Gefragt ist nun eine Zahl zu bestimmen, die darüber entscheidet ob ein lineares $J : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ mit $J \circ J = -\mathrm{Id}_{R^4}$ und mit $J(E_i) = E_i, 1 \leq i \leq 4$, existiert. Kommentar: Der $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^4$ zusammen mit einem $J : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4, J \circ J = -\mathrm{Id}_{\mathbb{R}^4}$, definiert auf $\mathbb{R}^4$ die Struktur eines $\mathbb{C}$-Vektorraumes. Die Eigenschaften $J(E_i) = E_i, 1 \leq i \leq 4$, bedeuten, dass die $\mathbb{R}$-Untervektorräume $E_i$ der $\mathbb{R}$-Dimension 2 in $\mathbb{R}^4$ für diese Struktur $\mathbb{C}$-Untervektorräume der $\mathbb{C}$-Dimension 1 sind.

**Aufgabe 4**. Sei $L$ in $\mathbb{C}$ eine geschlossene, durch $S^1$ parametrizierte Kurve, die genau einen transversalen Doppelpunkt hat. Ist es durchaus möglich, dass eine solche Parametrizierung $\gamma : S^1 \to \mathbb{C}$ sich stetig auf $K := \{p \in \mathbb{C} \mid |z(p)| \leq 1\}$ und holomorph auf $D := \{p \in \mathbb{C} \mid |z(p)| < 1\}$ fortsetzen lässt?