Prof. N. A'Campo Herbstsemester 2007

# Übungen zur Vorlesung Riemansche Flaechen

1. Aufgabenblatt

**Aufgabe 1**. Sei $S_\pi := S := \{p \in \mathbb{C} \mid |\mathrm{Re}(z(p) \geq 0\}$. Sei $R_S$ auf $S$ die minimale Äquivalenzrelation, die $ti$ mit $-ti$ identifiziert, $t \in \mathbb{R}$. Zeige, dass $X := S/R_S$ homeomorph zu $\mathbb{R}^2$ ist. Zeige, dass die Function $p \in S \mapsto z(p)^2 \in \mathbb{C}$ eine Abbildung $\phi : X \to \mathbb{C}$ definiert. Definiere $X$ mittels $\phi$ als Riemannsche Fläche.

**Aufgabe 2**. Sei $0 < \alpha \in \mathbb{R}$. Wir nehmen vorerst an, dass $\alpha < 2\pi$ gilt. Sei $S_\alpha$ in $\mathbb{C}$ einen abgeschlossenen Sektor mit Winkel $\alpha$. Sei $X_\alpha$ der Quotient von $S_\alpha$, wobei die Kanten von $S_\alpha$ längentreu identifiziert werden. Definiere $X_\alpha$ als Riemannsche Fläche, derart dass, die Quotientenabbildung $S_\alpha \to X_\alpha$ im Innere von $S_\alpha$ holomorph ist. Was passiert für $\alpha = 2\pi, \alpha > 2\pi$? Hinweis: sei $a := \pi/\alpha$. Betrachte auf $S$ die Funktion $(z(p) - z(s))^a$. Hier ist $s$ der Scheitel von $S$.

**Aufgabe 3**. Sei $P_N$ in $\mathbb{C}$ die konvexe Hulle der Nullstellen des Polynoms $z^N - 1$. Wir nehmen an, dass $N \in \mathbb{N}$ gerade mit $N > 2$ ist. Sei $t$ eine Permutation der Kanten von $P_N$. Wir nehmen an, dass $t$ die Ortnung 2 hat und für jede Kante $k$ gilt: $t(k) \neq k$. Identifiziere längentreu und orientierungs untreu für jede Kante $k$ von $P_N$ die Kanten $k$ und $t(k)$. Es entsteht eine topologische Fläche $X_t$. Bestimme die Eulercharakteristik von $X_t$. Hinweis: ein Beispiel für $t$ ist die antipodale Involution. Studiere vorerst mit $N = 4, 6, 8$.

**Aufgabe 3**. (Fortsetzung). Definiere $X_t$ als Riemannsche Fläche, derart dass, die Quotientenabbildung $P_N \to X_t$ im Innere von $P_N$ holomorph ist.