Prof. N. A'Campo Herbstsemester 2008

Übungen zur Vorlesung Analysis

9. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei $|| \, ||_{\mathrm{E}}$ die Euklidische Norm auf $E := \mathbb{R}^2$. Für $P \in E$ sei $M_P := \{(A, B) \in E \times E \mid ||A||_E = ||B - A||_E = ||P - B||_E = 1\}$. Zeige, dass $M_P, P := (2, 2) \in E$, eine Untermannigfaltigkeit in $\mathbb{R}^4 = E^2 = E \times E$ ist. Hinweis: $M_P = \phi_P^{-1}(1, 1, 1)$ wobei ϕ_P die differenzierbare Abbildung $(A, B) \in E \times E \mapsto \phi_P(A, B) = (||A||_E^2, ||B - A||_E^2, ||P - B||_E^2) \in \mathbb{R}^3$ ist.

Aufgabe 2. (Fortsetzung). Für welche $P \in E$ ist M_P eine Untermannigfaltigkeit in $E \times E$?

Aufgabe 3. (Fortsetzung). Sei $P = (5, 0) \in E$ und $t \in \mathbb{R}$. Sei $F_{P,t} := \{(A, B, C) \in E^3 \mid ||A||_E = ||C - P||_E = 1, ||B - A||_E = ||B - C||_E = t\}$. Zeige für $t > 7$, dass $F_{P,t}$eine Untermannigfaltigkeit in E^3 ist. Zeige, dass $F_{P,t}, t > 7$, aus zwei Zusammenhangskomponenten besteht. Zeige, dass jede Komponente diffeomorph zum Torus $S^1 \times S^1$ ist.

Aufgabe 4. (Fortsetzung). Ist $F_{P,7}$ eine Untermannigfaltigkeit in E^3?

Aufgabe 5. Beschreibe die Fläche $F_{P,6}$.