Prof. N. A'Campo Frühlingssemester 2009

Übungen zur Vorlesung Optimierung und Geometrie II
1. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei E ein n-dimensionaler $\mathbb{R}$-Vektorraum mit Skalarprodukt. Für $v_1, v_2, \cdots, v_n \in E$, sei $K(v_1, v_2, \cdots, v_n)$ die Teilmenge $\{t_1 v_1 + t_2 v_2 + \cdots + t_n v_n \mid 0 \le t_1, t_2, \cdots, t_n \le 1\}$. Sei $p \in E$. Wir definieren:

$$A(p, v_1, v_2, \cdots, v_n) := \text{Infimum}\{r \in \mathbb{R} \mid |B(p,r) \cap \text{Span}_{\mathbb{Z}}(v_1, v_2, \cdots, v_n) \neq \emptyset\}$$

$$B(v_1, v_2, \cdots, v_n) := \text{Supremum}_{p \in E} A(p, v_1, v_2, \cdots, v_n)^n$$

$$C(n) := \text{Infimum} B(v_1, v_2, \cdots, v_n)/\text{Volumen}(K(v_1, v_2, \cdots, v_n))$$

Berechne $C(1), C(2), C(3)$.

Aufgabe 2. Für $n \in \mathbb{N}$, bestimme die Fläche $F_n := \{p \in \mathbb{C}^2 \mid x(p)^n + y(p)^n = 1\}$.

Aufgabe 3. (Fortsetzung). Sei $T_n := \{p \in \mathbb{C}^2 \mid |x(p)^n + y(p)^n| = 1\}$. Beschreibe T_n als Faserbundel über S^1. Bestimme die Monodromie.

Aufgabe 4. Sei H^* ein im Zentrum punktiertes regelmässiges Hexagon. Zeige, dass F_3 durch verkleben von drie Kopien von H^* gewonnen werden kann. Beschreibe die Monodromie, $n = 3$, als tête-à-tête twist.