

Übungen zur Vorlesung Differentialgeometrie  
5. Aufgabenblatt

**Aufgabe 1.** Sei  $E$  die Euklidische Ebene. Wir notieren mit  $\nabla$  den Levi-Civita Zusammenhang. Für  $k \in \mathbb{R}$ , sei  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow E$  eine Kurve mit  $\frac{d}{dt}\langle \dot{\gamma}(t), \dot{\gamma}(t) \rangle = 0$  und  $\langle \nabla_{\dot{\gamma}(t)} \dot{\gamma}(t), \nabla_{\dot{\gamma}(t)} \dot{\gamma}(t) \rangle = k^2$ . Beschreibe die Kurve  $\gamma$ .

**Aufgabe 2.** Sei  $S$  die 2-Einheitssphäre im Euklidischen Raum. Wir notieren mit  $\nabla$  den Levi-Civita Zusammenhang. Für  $k \in \mathbb{R}$ , sei  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow S$  eine Kurve mit  $\frac{d}{dt}\langle \dot{\gamma}(t), \dot{\gamma}(t) \rangle = 0$  und  $\langle \nabla_{\dot{\gamma}(t)} \dot{\gamma}(t), \nabla_{\dot{\gamma}(t)} \dot{\gamma}(t) \rangle = k^2$ . Beschreibe die Kurve  $\gamma$ .

**Aufgabe 3.** (Fortsetzung, Aufgabe 1 und 2.) Bestimme  $k$  derart, dass die Kurve  $\gamma$  periodisch ist. Bestimme die Periode.

**Aufgabe 4.** Sei  $H$  die hyperbolische Ebene, siehe Aufgabe 6, Blatt 4. Wir notieren mit  $\nabla$  den Levi-Civita Zusammenhang. Für  $k \in \mathbb{R}$ , sei  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow H$  eine Kurve mit  $\frac{d}{dt}\langle \dot{\gamma}(t), \dot{\gamma}(t) \rangle = 0$  und  $\langle \nabla_{\dot{\gamma}(t)} \dot{\gamma}(t), \nabla_{\dot{\gamma}(t)} \dot{\gamma}(t) \rangle = k^2$ . Beschreibe die Kurve  $\gamma$ .

**Aufgabe 5.** (Fortsetzung.) Bestimme  $k$  derart, dass die Kurve  $\gamma$  periodisch ist. Bestimme die Periode.