Prof. N. A'Campo Herbstsemester 2009

Übungen zur Vorlesung komplexe Analysis

2. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei $U \subset \mathbb{C}$ offen und sei $f : U \to \mathbb{C}$ eine holomorphe Funktion mit $f(U) \subset \mathbb{R}$. Zeige mit der Definition 1 und 2 von holomorphen Funktionen der Vorlesung, dass f lokal konstant ist.

Aufgabe 2. Zeige, dass die Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, p \in \mathbb{C} \mapsto f(p) = \cos(|z(p)|)$ differenzierbar ist. Bestimme die Funktionen $a, b : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $df = adz + bd\bar{z}$.

Aufgabe 3. Sei $D := \{p \in \mathbb{C} \mid |p| < 1\}$. Zeige mit der Definition 1 und 2 von holomorphen Funktionen der Vorlesung, dass $f(z) := \sum_{n=0}^{n=\infty} z^{n!}$ eine holomorphe Funktion auf D definiert.

Aufgabe 4. (Fortsetzung) Sei $U \subset \mathbb{C}$ offen mit $D \subset U$. Sei $g : U \to \mathbb{C}$ stetig mit $f = g$ auf D. Zeige:$D = U$.

Aufgabe 5. Zeige mit der Definition 1 und 2 von holomorphen Funktionen der Vorlesung, dass $f(z) := \sum_{n=0}^{n=\infty} z^n$ eine holomorphe Funktion auf D definiert.

Aufgabe 6. (Fortsetzung) Finde $U \subset \mathbb{C}$ offen mit $D \subset U$ und $g : U \to \mathbb{C}$ holomorphe mit $f = g$ auf D, derart, dass $D \neq U$ gilt.