Prof. N. A'Campo Fruehlingssemester 2008

Übungen zur Vorlesung Infini II

6. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei $g : \mathbb{R} \geq 0 \to \mathbb{C}$ stetig. Für $\lambda \in \mathbb{C}$ sei $f_\lambda : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ die Funktion $f_\lambda(t) = e^{t\lambda}, t \geq 0$, und $f_\lambda(t) = 0, t < 0$. Bestimme für $t \in \mathbb{R}$, für die Funktion $f_\lambda * g : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ die Dreigliedentwicklung an der Stelle t. Ist $f_\lambda * g : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ differenzierbar? Hinweis: Aufgabe 1 Blatt 5. Hier steht $*$ für das Faltungsprodukt.

Aufgabe 2. Löse die Differentialgleichung $f'(t)+f(t) = \sin(t)$ für $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ mit $f(0) = -1$.

Aufgabe 3. Löse für $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ mit $f(0) = f'(0) = 1$ die Differentialgleichung $f''(t) - 3f'(t) + 2f(t) = g(t)$ wobei $g(t) = t, t \leq 1$, und $g(t) = 0, t > 1$, gilt.

Aufgabe 4. Sei $X : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ das Vektorfeld $X(p) = \sin(x^2(p) + y^2(p))p - y(p)e_1 + x(p)e_2$. Sei $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ eine Lösungskurve der Differentialgleichung zu X. Zeige, dass die Funktion $t \in \mathbb{R} \to x(\gamma(t))$ beschränkt ist.

Aufgabe 5. Löse die Differentialgleichung der Aufgabe 3 für eine Funktion $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ mit $f(0) = 0 = f(1)$.