

Übungen zur Vorlesung Infini I

2. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Eine ganze Zahl a heisst *gerade* wenn es eine ganze Zahl b mit $a = 2b$ gibt. Zeige, für ganze Zahlen u, v , dass das Produkt uv nur dann gerade ist, wenn u oder v gerade ist.

Aufgabe 2. Für ganze Zahlen u, v leite man aus $uv + vu = vv$ her $u = 0 = v$. Zeige, dass $\sqrt{2}$ keine rationale Zahl ist.

Aufgabe 3. Aussagen kann man Verknüpfen. Für Aussagen A, B zum Beispiel ist $A \Rightarrow B$ wieder eine Aussage, die nur dann falsch ist, wenn A richtig und B falsch ist. Zeige für Aussagen A, B , dass die Aussage $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ und die Aussage A oder B gleichzeitig richtig oder falsch sind. Ist die Verknüpfung \Rightarrow von Aussagen assoziativ?

Aufgabe 4. Man verführe über die Zeichen $(,), \Rightarrow, A, B$ nach belieben. Kann man dann eine Aussage zusammen bauen, die nur aus Zeichen $(,), \Rightarrow, A, B$ zusammengesetzt ist, zum Beispiel wie $B \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow A)$, und die, in was richtig oder falsch sein betrifft, mit der Aussage A und B übereinstimmt?

Aufgabe 5. Ist es möglich die Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen zu Zerlegen: $\mathbb{Q} = U \cup V$, so, dass $U \cap V = \emptyset$ gilt, und so, dass für jedes Paar $a, b \in \mathbb{Q}$ mit $a < b$ ein $u \in U$ und ein $v \in V$ mit $a < u, v < b$ existieren? Kann man U als additive Untergruppe in \mathbb{R} wählen?

Abgabe der Aufgaben 1-5 bis Donnerstag, den 16. November 2000.