Prof. N. A'Campo Sommersemester 2002

Übungen zur Vorlesung Elementare elliptische Relationen II

5. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Ein Wurf erster Ordnung einer differenzierbaren Abbildung von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$ ist ein Tripel (x, y, s), wobei $y \in \mathbb{R}$ der Wert und $s \in \mathbb{R}$ die Ableitung an der Stelle $x \in \mathbb{R}$ sind. Auf dem Raum aller Würfe W sind x, y, s Koordinatenfunktionen. Die Differentialform $\omega := dy - sdx$ ist natürlich: die Kurve $\gamma_f : \mathbb{R} \to W$ zu einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die durch $x(\gamma_f(t)) = t, y(\gamma_f(t)) = f(t)$ und $s(\gamma_f(t) = f'(t)$ definiert ist, ist tangent an der Distribution Kern(ω). Zeige, dass $\omega \wedge d\omega$ eine Volumenform auf W ist.

Aufgabe 2. (Fortsetzung) Eine 1-Differentialform ω auf einer 3-Mannigfaltigkeit M heisst Kontaktform, wenn $\omega \wedge d\omega$ eine Volumenform auf M ist. Trägt S^3, $P^3(\mathbb{R})$ oder $P^2(\mathbb{R}) \times S^1$ eine Kontaktform?

Aufgabe 3. (Satz von Gray) Sei $\omega_t, t \in \mathbb{R}$, eine differenzierbare Schar von Kontaktformen auf einer kompakten 3-Mannigfaltigkeit M. Zeige, dass eine Schar ϕ_t von Diffeomorphismen existiert, derart, dass $\phi_t^* \omega_t = \omega_0$ gilt.

Aufgabe 4. Zeige den Satz von Darboux: Kontaktformen auf 3-Mannigfaltigkeiten sind lokal diffeomorph.