Prof. N. A'Campo Wintersemester 2004/05

Übungen zur Vorlesung Analysis und Geometrie I.

3. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei $E : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion, die auf $\mathbb{R}_{>0}$ monoton wachsend ist, und die Identität $E(x+y) + E(x-y) = 2E(x)E(y), x, y \in \mathbb{R}$, erfüllt. Bestimme die Funktion E, die die Eichung $E(1) + E(1) = e + 1/e$ erfüllt.

Aufgabe 2. Sei W der Raum aller 2-mal stetig differenzierbaren Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die ohne von gemeinsamen Nullstellen von f' und f'' sind. Statte W mit der Topologie der gleichmässigen Konvergenz von f, f' und f'' auf kompakten Teilmengen in $\mathbb{R}$ aus. Bestimme für jede Zusammenhangskomponente von W einen Repräsentanten.

Aufgabe 3. Zwei Endomorphismen $A, B : V \to V$ eines $\mathbb{R}$-Vektorraumes V endlicher Dimension heissen topologisch konjugiert, wenn ein Homöomorphismus $P : V \to V$ mit $A \circ P = P \circ B$ existiert. Bestimme die topologischen Konjugationsklassen der Endomorphismen eines $\mathbb{R}$-Vektorraumes der Dimension 1.

Aufgabe 4. Seien $A, B \in \mathrm{SL}(2, \mathbb{R})$ mit $\mathrm{Spur}(A) \leq 4$. Zeige, dass $\mathrm{Spur}(A) = \mathrm{Spur}(B)$ gilt, wenn A und B topologisch konjugiert sind.

Aufgabe 5. Konstruiere Paare von topologisch konjugierten Endomorphismen $A, B \in \mathrm{SL}(2, \mathbb{R})$ mit $\mathrm{Spur}(A) \neq \mathrm{Spur}(B)$.