Prof. N. A'Campo Wintersemester 2004/05

Übungen zur Vorlesung Analysis und Geometrie I.
11. Aufgabenblatt

Aufgabe 1. Sei $M \subset \mathbb{R}^{2m+1+k}$ eine kompakte differenzierbare Untermannigfaltigkeit der Dimension m in $\mathbb{R}^{2m+1+k}, k > 0$. Sei $TM \subset \mathbb{R}^{2m+1+k} \times \mathbb{R}^{2m+1+k}$ der Tangentialraum von M und sei $STM := \{(p,u) \in \mathbb{R}^{2m+1+k} \times \mathbb{R}^{2m+1+k} \mid p \in M, u \in T_pM, ||u|| = 1\}$. Betrachte $\phi : STM \to \mathbf{P}^{2m+k}$ gegeben durch $(p,u) \in STM \mapsto [u] \in \mathbf{P}^{2m+k}$. Betrachte $\psi : M \times M \setminus \mathrm{Diag} \to \mathbf{P}^{2m+k}$ gegeben durch $(p,q) \in M \times M \setminus \mathrm{Diag} \mapsto [q-p] \in \mathbf{P}^{2m+k}$. Zeige, dass $\mathrm{Bild}(\phi) \cup \mathrm{Bild}(\psi)$ eine Jordansche Nullmenge in $\mathbf{P}^{2m+k}$ ist. Zeige, dass $\mathrm{Bild}(\phi) \cup \mathrm{Bild}(\psi)$ kompakt ist.

Aufgabe 2. (Fortsetzung). Sei $L \in \mathbf{P}^{2m+k}$ mit $L \notin \mathrm{Bild}(\phi) \cup \mathrm{Bild}(\psi)$. Sei $\pi : \mathbf{R}^{2m+1+k} \to \mathbf{R}^{2m+1+k}/L$ die Projektion. Zeige, dass $\pi(M)$ in $\mathbf{R}^{2m+1+k}/L$ eine Untermannigfaltigkeit ist.

Aufgabe 3. Zeige, dass eine kompakte differenzierbare Mannigfaltigkeit M für ein $n \in \mathbf{N}$ eine Einbettung in $\mathbf{R}^n$ hat.

Aufgabe 4. Zeige, dass eine kompakte differenzierbare Mannigfaltigkeit M der Dimension m eine Einbettung in $\mathbf{R}^{2m+1}$ hat.